QU'EST-CE QUE LA COMBINATOIRE CHEZ LEIBNIZ ?

Comment justifier la manière dont nous désignons les catégories chez Leibniz : l'exemple de la qualification des schémas de différences comme pratique combinatoire.

Arilès REMAKI
(Sphere, ERC Philiumm - 101020985, CNRS, Université Paris Cité)

Abstract

Combinatorics in Leibniz has many facets and each of these facets is itself protean. If no one can deny that the Dissertatio de Arte Combinatoria (A VI, 1, N.8) constitutes the cradle of a gigantic project that he pursued for almost forty years until his death and within which combinatorics always occupied a significant place, it is obvious today that a quest for unity or system in this immense conceptual labyrinth would be vain.

As with many aspects of Leibnizian philosophy, the Parisian sojourn played a decisive role in his theoretical conception of combinatorics, whether in its epistemological sense as a science of forms and similarities, inherited from the characteristic project and nourished by his work in algebra, or in its methodological sense as an equivalent of synthesis.

In this presentation, we will show how these two meanings progressively distinguish themselves during the year 1675. We will then question the relevance of describing the young Leibniz's tabular practice as combinatorial, even though he did not decide to do so himself until the end of the 1670s.

En 1666, âgé d'à peine vingt ans, Leibniz publie un petit traité sur l'art combinatoire : la *Dissertatio de Arte Combinatoria*. Bien que les mathématiques jouent un rôle significatif dans cet ouvrage, l'idée principale se situe plutôt dans le domaine de la logique. C'est en tout cas ce qui sera retenu par les différents commentateurs[1] et même dans une certaine mesure par Leibniz lui-même. Une douzaine d'années plus tard, à la fin des années 1670, certains textes bien connus du philosophe désignent explicitement la combinatoire comme « la science des formes et des formules ». L'articulation avec la logique se fonde alors sur le projet de caractéristique universelle, au sein de laquelle les mathématiques tiennent une place très importante. Ce constat mènerait naturellement, en l'absence de sources supplémentaires à la conclusion parcimonieuse suivante : durant son séjour parisien, durant lequel Leibniz devient expert en mathématiques, ces dernières nourrissent sa conception de la combinatoire et mathématisent la manière dont il considère qu'elle doit servir la logique. Cependant, les sources manuscrites du séjour parisien, conservées en très grand nombre, dépeignent un tableau très différent. Ceci nous porte vers la question suivante : comment et quand la combinatoire s'est-elle introduite au sein des travaux de mathématiques du jeune Leibniz ? Répondre à cette question en ne s'attachant qu'aux occurrences du terme « combinatoire » mènerait vers une vision partielle et partiale du corpus mathématique de cette période. En effet, au sein des tout premiers travaux de Leibniz, on découvre que les tables ont joué un rôle majeur dans sa pratique concrète des mathématiques. Il devient alors utile et même nécessaire pour l'historien de pouvoir intégrer cette pratique au sein de l'histoire de la combinatoire leibnizienne, bien que Leibniz lui-même ne qualifie jamais de combinatoire cette pratique à cette époque. Nous devons donc construire une nouvelle catégorie de combinatoire leibnizienne afin de pouvoir mieux décrire le parcours de la combinatoire entre 1666 et 1678. Cette opération pose naturellement de sérieux problèmes philosophiques et méthodologiques, qui sont le sujet de cette contribution.

Problème de l'unification

Que ce soit d'un point de vue propre aux acteurs ou à l'observateurs, internaliste ou bien externaliste, philosophique ou bien historique, il est très clair au sein des études leibniziennes qu'il y a une certaine chose qui doit être nommée « combinatoire » et qui joue un rôle très important. La difficulté majeure réside dans la qualification de cette combinatoire, sa délimitation et surtout, son unité. Car il n'est pas difficile de montrer que cette notion désigne un large spectre d'objets distincts et intervient dans des contextes et des modalités de discours radicalement différents. En guise d'exemple, bien qu'elles soient quasiment concomitantes, la combinatoire conçue comme une matrice cognitive susceptible d'accueillir en son sein l'intégralité de la pensée leibnizienne, telle qu'on peut la trouver chez Michel Serres[2] n'entretient pas, à première vue, de rapports étroits avec la combinatoire dite « *stricto sensu* » employée par Eberhard Knobloch[3] comme outil de classification des travaux mathématiques de Leibniz. Mais les exemples peuvent être trouvés chez Leibniz lui-même. Ainsi peut-on, en choisissant judicieusement les textes, montrer que la combinatoire contient l'analyse, ou bien au contraire qu'elle lui est diamétralement opposée.

Cette difficulté à composer avec certaines catégories du corpus leibnizien et les écueils plus ou moins conscients commis par les commentateurs avant le dernier quart du vingtième siècle, sont aujourd'hui bien documentés et ont largement structuré la méthodologie actuelle, au sein du champ des études leibnizienne, autour d'un consensus qui rejette de façon globale l'idée de système dans la philosophie de Leibniz[4]. En effet, la recherche d'un système leibnizien qui donnerait corps à toute sa pensée est intimement liée à la quête

---

[1] En particulier Louis Couturat : Couturat, L. *La Logique de Leibniz*, d'après Des Documents Inédits. Paris, 1901.

[2] Serres, M. « *Le Système de Leibniz et ses modèles mathématiques* ». Presses universitaires de France, 1968.

[3] Knobloch, E. *Die Mathematischen Studien von G. W. Leibniz zur Kombinatorik: auf Grund fast ausschliesslich handschriftlicher Aufzeichnungen dargelegt und kommentiert.* Studia Leibnitiana 11. Wiesbaden: F. Steiner, 1973.

[4] Heinekamp, A. « L'état Actuel de la Recherche Leibnizienne ». *Les Etudes Philosophiques* 2 (1989): 139–60.

d'unité qu'ont pu avoir de nombreux commentateurs, parmi lesquels Louis Couturat, Ernst Cassirer ou encore Bertrand Russel. Même la lecture de Michel Serres, qui fait pourtant valoir à bon droit le pluralisme des entrées au sein de la pensée leibnizienne, cherche néanmoins à l'unifier par l'analogie globale que doivent présenter les différents systèmes. Et il se dirige finalement vers une vision architectonique unifiée. En pratique, cette marche vers l'unification s'articule autour d'un procédé réthorique, mis en évidence par A. Pelletier[5], qu'il désigne par la figure de style suivante : l'anadiplose. Ce qu'illustre cette comparaison, c'est la tendance à identifier deux à deux les catégories, les notions, les objets, pour les placer progressivement et de proche en proche sous un même concept global, unifié et cohérent. Ainsi l'anadiplose peut conduire à identifier deux catégories différentes auxquelles Leibniz donne le même nom, mais aussi à identifier deux noms que Leibniz décrit comme équivalents dans un certain contexte. Dans le domaine qui nous intéresse ici, nous pouvons trouver des textes dans lesquels Leibniz identifie la combinatoire à la caractéristique universelle, et des textes dans lesquels la combinatoire désigne une méthode de découverte universelle. Dès lors, cette anadiplose nous conduirait à identifier la caractéristique universelle avec l'art d'inventer.
Mais il existe un autre procédé d'identification dont l'usage est encore largement accepté par la communauté leibnizienne contemporaine : la dénomination a posteriori, c'est-à-dire le fait d'identifier un objet, une pratique ou une catégorie de l'acteur avec un objet, une pratique ou une catégorie de l'observateur. De fait, le caractère nominaliste de cette procédure la rend parfaitement compatible avec la défiance vis-à-vis de la quête du système et déjoue les aspects problématiques des approches issues de l'anadiplose. La catégorie est alors une simple convention entre les observateurs, établie de façon parfaitement transparente. Par exemple, Eberhard Knobloch qualifie les travaux de Leibniz sur les partitions d'entiers comme des travaux de combinatoire, bien que le terme soit lui-même absent de la plupart de ces sources manuscrites. L'auteur établit une convention naturelle avec ses pairs sur l'usage du terme « combinatoire » dans ce contexte : il s'agit de l'usage contemporain de la catégorie au sein de champ des mathématiques. La légitimité de cette façon de faire se fonde donc à bon droit sur un usage de la référence apparemment univoque. Pourtant, la dénomination a posteriori mène elle aussi vers une situation problématique et presque aporétique. En effet, si la légitimité de cette pratique réside dans le fait que la référence est purement conventionnelle, alors le choix du terme se doit d'être aussi peu naturel que possible de sorte que son sens commun influence au minimum la signification spécifique qui lui est accordée dans le cadre conventionnel. A l'inverse, pour que la convention soit efficace et accessible, il est important qu'elle s'appuie autant que possible sur le langage naturel. Les deux injonctions sont manifestement contradictoires. Or, il semble tout aussi manifeste que l'usage se plie bien d'avantage à la seconde injonction, c'est-à-dire à celle du langage naturel, plutôt qu'à la première. Dès lors, le choix de ces qualificatifs n'est pas neutre et porte en lui une histoire linguistique liée au langage naturel, qu'il s'agit de ne pas ignorer[6].
Ainsi, en renonçant à faire système des catégories chez Leibniz, le problème de la désignation et de l'unification n'est pas entièrement résolu. Même si, bien-sûr, cette question déborde largement le seul champ des études leibnizienne, elle y tient tout de même une place particulière du fait de l'articulation singulière qu'ont les champs historiques et philosophiques dans ce domaine.
La présente contribution consiste donc à illustrer cet aspect du problème de la référence en se fondant sur un exemple particulier du corpus leibnizien : les schéma de différences.

Les différentes combinatoires chez Leibniz

La question des différents sens du terme « combinatoire » chez Leibniz n'a probablement pas encore été documentée de façon exhaustive, étant donné le nombre encore important des textes mathématiques qu'il reste à découvrir. Néanmoins, les textes philosophiques sont suffisamment connus pour nous permettre d'établir trois acceptions principales pour la combinatoire chez Leibniz. La première est l'acception

---

[5] Pelletier, Arnaud. « Logica est Scientia generalis. Leibniz et l'unité de la logique ». *Archives de Philosophie* 76, nº 2 (2013): 271‒94.

[6] Wilson, Mark. *Wandering Significance: An Essay on Conceptual Behaviour*. Oxford: Oxford University Press, 2006.

méthodologique, dans laquelle la combinatoire est identifiée à la synthèse, c'est-à-dire la démarche qui consiste à établir un nouveau composant en partant de ses composés. A l'inverse l'analyse, en tant que méthode, consiste à partir du composant pour établir ses composés. La seconde acception de la combinatoire chez Leibniz est une acception épistémologique. Elle correspond à la science des formes et des formules, du semblable et du dissemblable, telle qu'elle est principalement décrite par le philosophe allemand autour des années 1680. La dernière acception, enfin, est mathématique et s'accorde plus ou moins avec l'acception actuelle de la combinatoire comme champ disciplinaire interne aux mathématiques. Il s'agit de la science des combinaisons, et elle est parfois qualifiée de cette manière par Leibniz.

Ces trois acceptions ont chacune leur propre évolution dynamique au sein du corpus leibnizien. Elles ne sont pas toutes présentes à chaque période et leurs rapports ne sont pas non plus constants. En 1666, il est manifeste que Leibniz ne fait pas de distinction entre les différentes acceptions. Elles sont toutes réunies sous une même catégorie générique : l'art combinatoire. Ce dernier constitue par ailleurs à cette époque et depuis plusieurs siècles, une véritable discipline qui a depuis entièrement disparu. Hormis son origine, assez clairement issue de l'œuvre de Raymond Lulle[7], ses frontières sont floues et son cadre inconsistant. Néanmoins, lorsque Leibniz est un jeune étudiant à Leipzig et qu'il rédige son traité en 1665, il est au courant du projet d'Athanase Kircher de publier un ouvrage entièrement consacré à l'art combinatoire.

La première distinction sémantique est établie par le philosophe allemand en 1678, dans une lettre qu'il destine à Ehrenfried Walther von Tschirnhaus[8]. Leibniz établit clairement la distinction entre l'acception mathématique et l'acception épistémologique. La sciences de formes et des formules traite de la similitude en général et transcende de par le fait largement les limites du champ des seules mathématiques. La combinatoire, au sens épistémologique, n'est donc pas un champ de connaissances qui gravite autour d'un même objet, mais plutôt un champ de compétences qui s'appliquent au sein des différentes disciplines.

Dès 1679, on trouve plusieurs textes qui établissent explicitement la distinction entre les acceptions méthodologique et épistémologique. Dans le *De Arte Characteristica Inventoriaque Analytica Combinatoriave in Mathesi Universali*[9], Leibniz décrit remarquablement bien le piège que présentent les notions d'analyse et de combinatoire, si l'on omet de faire la distinction entre les acceptions épistémologiques et méthodologiques. Il met le lecteur en garde vis-à-vis de la tendance à croire que l'analyse consiste seulement à faire usage des symboles, alors que cette pratique peut aussi bien relever d'une méthode combinatoire que d'une méthode analytique.

Durant la période parisienne et le lent processus de mathématisation de la combinatoire leibnizienne, on peut reconstruire l'émergence progressive de ces trois distinctions, bien qu'elles ne soient jamais explicites. Le sens principal, pour lequel Leibniz utilise explicitement le terme « combinatoire » préfigure l'acception épistémologique de science des formes et des formules et s'articule principalement autour de la question de la dualité entre quantité et qualité. L'algèbre tient une place prépondérante au sein de ces réflexions[10]. En effet, Leibniz critique le discours cartésien en suggérant que l'algèbre ne s'occupe que de la quantité. A travers la notion de forme et de similitude, la combinatoire au sens épistémologique émerge ainsi peu à peu et prend le rôle vacant de science de la qualité. Comme cette dernière a la capacité de transcender les limites des seules mathématiques[11], la combinatoire est régulièrement placée au dessus de l'algèbre. Sur ce point, la position de Leibniz évolue au tournant des année 1690, probablement sous l'influence de la rédaction de la *Dynamica*. En effet, la notion de qualité est alors expulsée hors des mathématiques, qui ne traitent alors plus que de la

---

[7] R. Lullus, *Ars magna, generalis et ultima*, Sutor, 1596

[8] AA III, 2, N.171, Lettre de Leibniz à Tschirnhaus, fin Mai 1678

[9] G.W. Leibniz, *Mathesis universalis, écrits sur la mathématique universelle*, ed. D. Rabouin, Vrin, Paris, 2018

[10] Le contexte intellectuel dans lequel Leibniz baigne alors, au milieu des années 1670, joue un rôle crucial, notamment grâce aux relations qu'il entretient avec des oratoriens parisiens (principalement Nicolas Malebranche et Jean Prestet qui est alors son élève), qui considèrent l'algèbre cartésienne comme la science la plus parfaite et le modèle de toutes les autres. *Cf* Malebranche, Nicolas de. *Recherche de la vérité*. Paris, 1677.

[11] AA VI, 3, N.44, *Analysis ad alias res quam quantitates applicata*, été-automne 1674 - p.413-414

quantité. La combinatoire devient une branche de la science de la qualité, au même niveau que l'algèbre, qui est une branche de la science des quantités[12].
L'acception méthodologique, comme équivalent de la synthèse, est également présent dans quelques textes de la période parisienne, mais elle est souvent confondue avec la science des formes. L'approche purement nominaliste ne permet pas de dresser un portrait correct de la manière dont ces notions se sont progressivement distinguer au sein de cette période.

La pratique combinatoire

En portant l'attention sur l'usage du terme « combinatoire », ou bien ceux de « synthèse », « analyse » ou encore « science des formes et des formules » durant la période parisienne, nous sommes donc confrontés à un corpus hétérogène et inconsistant, où les notions sont ambiguës et les termes polysémiques. La distinction des différentes acceptions que l'on trouve à la fin des années 1670 apparait alors comme un surgissement difficile à expliquer sans assumer un travail de reconstruction de ces catégories au sein du corpus parisien. En réalité, le fait même que l'on décrive la situation au sein des sources parisiennes comme confuse et emmêlée est bien le signe que nous avons d'ores et déjà projeté dans une certaine mesure les trois catégories que nous avons construites pour la période suivante. De manière générale, cette composante rétrospective se trouve de façon incompressible dans tout travail génétique, c'est-à-dire toute démarche qui se donne pour objectif d'établir les processus et les évolutions qui ont mené vers une certaine situation à un instant donné, ou bien encore, comme c'est le cas ici, qui souhaite décrire la façon dont ont transité ces choses depuis une situation initiale (ici le *De Arte* de 1666) vers une situation finale (les différentes acceptions en 1678-1679). Afin de compléter l'approche nominaliste, nous proposons donc de placer la reconstruction des catégories de « combinatoire épistémologique » et « combinatoire méthodologique » au sein de phénomènes non linguistiques, à savoir la pratique mathématique du jeune philosophe. Quel type de combinatoires peut-on reconstituer à partir des très nombreux brouillons mathématiques qui ont été conservés, quand bien même nulle mention du terme ne pourrait y être retrouvée ?
De nombreux outils sémiotiques permettent de caractériser la pratique mathématique de Leibniz, mais deux d'entre eux retiennent notre attention, car ils entretiennent une relation de symbiose au sein de ses méthodes de découvertes : la forme et la table. La forme intervient dans un second temps, à partir des travaux sur l'algèbre. Mais au sein des tout premiers brouillons parisiens, c'est bien la pratique tabulaire qui structure la réflexion du jeune Leibniz, notamment au sujet du défi que lui lance Christian Huygens en 1672, sur un calcul de série. L'analyse des structures diagrammatiques que Leibniz développe à cette période, à savoir les schémas de différences, montre une application *in concreto* des principes théoriques qu'il développera plus tard au sujet de la combinatoire dans son sens méthodologique, c'est-à-dire comme synonyme de la synthèse. Le rôle de l'induction, tout d'abord ignorée puis peu à peu placée au centre de cette pratique, montre l'évolution de son statut, d'abord méthode apodictique puis outil majeur de l'art d'inventer. Cette inflexion permet de renouveler le regard que l'on porte sur ces diagrammes et sur le rôle qu'ils jouent dans la fabrique du savoir mathématique.

Ainsi insérer la pratique tabulaire au sein de l'étude de la combinatoire ne donne pas seulement une ouverture pour l'analyse historique du corpus leibnizien, mais constitue également une approche riche de la disciplinarisation et de la constitution philosophique des catégories soumises à notre analyse.

---

[12] G.W. Leibniz, *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, ed. Louis Couturat, Paris, 1903 - p.525